Correction du DST 1 - Analyse
(sur 20 points)

(1h00)

Documents non autorisés - Calculatrice autorisée
Justifier les calculs
Séparer calcul littéral et numérique

Exercice 1 : Capabilité d'un pH-mètre (7 points)

Le technicien du laboratoire d'analyse de l'ETSL s'est aperçu qu'il y avait un gros problème sur l'utilisation d'un pH-mètre.
Il décide de vérifier après chaque étalonnage la valeur du pH donnée par une électrode plongée dans une solution test.
L'électrode est acceptée si la valeur se trouve dans un intervalle de tolérance compris entre 3,50 et 3,80 avec une valeur nominale de 3,65.
Les valeurs de pH sont fournies ci-dessous :

dates	pH
2 septembre 2016	3,62
5 septembre 2016	3,67
6 septembre 2016	3,70
7 septembre 2016	3,59
8 septembre 2016	3,61
9 septembre 2016	3,59
12 septembre 2016	3,65
13 septembre 2016	3,67
14 septembre 2016	3,59
15 septembre 2016	3,59
16 septembre 2016	3,64
19 septembre 2016	3,58
20 septembre 2016	3,64
21 septembre 2016	3,69
22 septembre 2016	3,70
23 septembre 2016	3,67
26 septembre 2016	3,68
27 septembre 2016	3,68
28 septembre 2016	3,69
29 septembre 2016	3,70
30 septembre 2016	3,71

On rappelle que le calcul de la moyenne et de l'écart-type sur une grandeur x, obéissant à une loi normale, sont données par les relations suivantes :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \text{et} \quad \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

1) Rappeler la définition de la capabilité du procédé C_p et calculer sa valeur. **(1,5 points)**

$$C_p = \frac{IT}{6\sigma}$$

Avec $\sigma = 0{,}0443$ et $IT = 0{,}3$

$$C_p = \frac{0{,}3}{6 \text{ x } 0{,}0443} = 1{,}13$$

2) Rappeler la définition de la capabilité C_{pk} et calculer sa valeur. **(1,5 points)**

$$C_{pk} = \frac{T_s - \overline{pH}}{3\sigma}$$

Avec $\overline{pH} = 3{,}65$

$$C_{pk} = \frac{3{,}80 - 3{,}65}{3 \text{ x } 0{,}0443} = 1{,}12$$

3) Préciser quels renseignements apportent ces deux indicateurs. Aux vues des valeurs trouvées, que pouvez-vous en déduire ? **(2 points)**

L'indicateur de capabilité C_p nous indique si le processus de mesure est capable de réaliser les mesures.
Ici la capabilité est moyenne puisque située entre 1 et 1,33.
L'indicateur de capabilité C_{pk} nous indique le décentrage des valeurs par rapport à la moyenne.
Le procédé est centré puisque les deux valeurs de capabilité sont quasi identiques.

4) Que pensez-vous du choix des dates pour la détermination des capabilités ? **(1 point)**

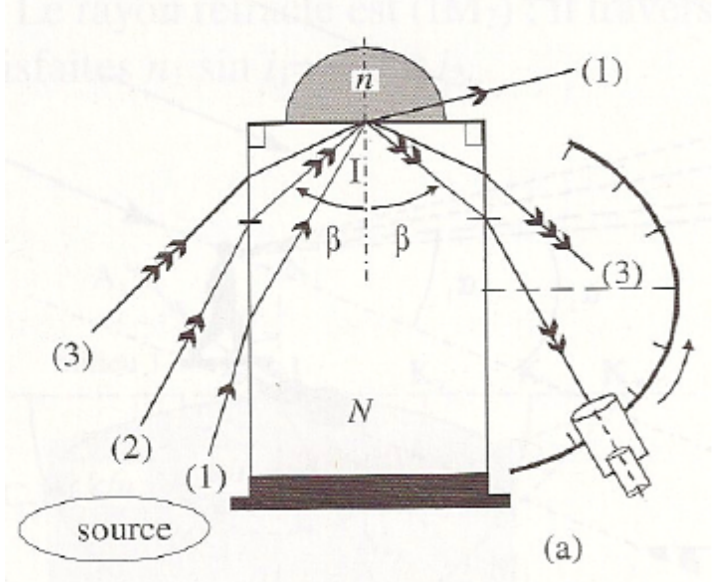
La période de mesure n'est pas très bien choisie car l'on observe une dérive des valeurs.

5) Que suggérez-vous de faire avec les valeurs observées ? **(1 point)**

Il faudrait régler le procédé de mesure sur la cible, car il y a une dérive apparente des dernière mesures

<u>Exercice 2 :</u> Justesse et exactitude d'un réfractomètre (9 points)

L'échantillon solide, dont on souhaite mesurer l'indice n par rapport à l'air, est posé sur un bloc de verre cylindrique **d'indice connu N par rapport à l'air, supérieur à n**. On envoie à l'intérieur de ce bloc de verre de la lumière. Les rayons réfractés dans ce bloc de verre convergent au point I de la surface de contact entre le solide d'indice n et le bloc de verre d'indice N. Cette lumière arrive sous toutes les incidences.
On notera β l'angle limite pour la réflexion totale interne au point I.



1) Pourquoi le bloc de verre cylindrique doit-il avoir un indice N > n ? **(1 point)**

Le bloc de verre cylindrique doit avoir un indice N > n pour pouvoir avoir un phénomène de réflexion totale à l'interface bloc de verre – échantillon solide.

2) Démonstration de la relation entre l'angle limite β et les indices n et N : **(1,5 points)**

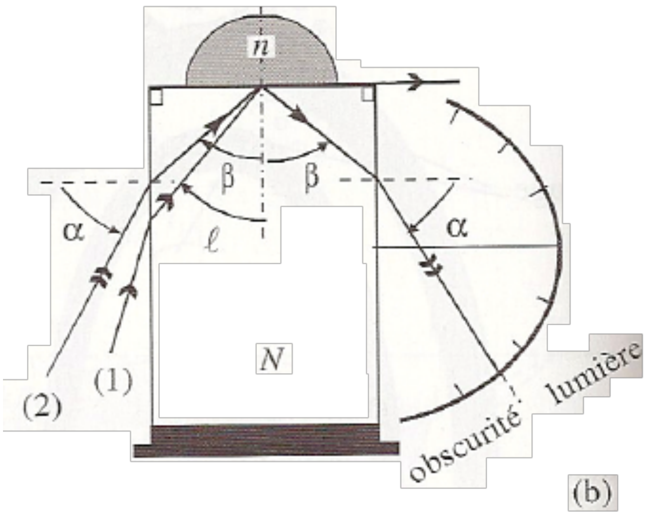
L'angle limite est l'angle pour lequel il n'y a plus de réfraction à l'interface bloc de verre - échantillon solide, dans ce cas-là, on peut écrire la deuxième relation de Descartes relatives à la réfraction :

$$N.\sin\beta = n.\sin 90°$$

$$\sin\beta = \frac{n}{N}$$

3) On s'interesse plus particulièrement au rayon (2). À l'aide de la deuxième loi de Descartes relative à la réfraction appliquée en sortie du bloc de verre, montrer que la relation entre N et les angles α et β est donnée par : **(1,5 points)**

$$N.\cos\beta = \sin\alpha$$



Si on applique la deuxième loi de Descartes relative à la réfraction, on obtient :

$$N.\sin(90° - \beta) = \sin\alpha$$

Or $\sin(90° - \beta) = \cos\beta$, donc $N.\cos\beta = \sin\alpha$

4) En utilisant l'identité remarquable : $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$, et la relation de la question 2), on montre que : **(1,5 points)**

$$\sin\alpha = \sqrt{N^2 - n^2}$$

En effet, $\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}$, expression que l'on injecte dans celle obtenue à la question précédente :

$$N\sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sin\alpha$$

Or d'après la question 2), $\sin\beta = \frac{n}{N}$, finalement,

$$N\sqrt{1 - \frac{n^2}{N^2}} = \sin\alpha$$

D'où l'expression recherchée : $\sin\alpha = \sqrt{N^2 - n^2}$

5) Sachant que l'angle α est toujours inférieur à 90° et sachant que $n < N$, donner un encadrement de la valeur de n pour lequel la mesure de n est possible. Faire l'application numérique pour N = 1,626. **(1,5 points)**

$$\sin\alpha \leq 1$$

$$N\sqrt{1 - \frac{n^2}{N^2}} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{n^2}{N^2} \leq \frac{1}{N^2}$$

$$N^2 - n^2 \leq 1 \quad \Rightarrow \quad n \geq \sqrt{N^2 - 1}$$

$$N > n \geq \sqrt{N^2 - 1}$$

Application Numérique : $1{,}626 > n \geq \sqrt{1{,}626^2 - 1}$

$$1{,}626 > n \geq 1{,}282$$

6) On effectue 5 mesures de l'indice n de l'échantillon solide :

mesure n°	n
1	1,367
2	1,359
3	1,366
4	1,361
5	1,360

la valeur de référence est $n_{ref} = 1{,}366$.

- a - Calculer la valeur moyenne $\bar{n}$, puis calculer l'erreur systématique Δ. En déduire la valeur de ε, puis conclure sur la justesse de l'appareil. **(1,5 points)**

On rappelle que si : $\varepsilon = \left|\frac{\Delta}{n_{ref}}\right| \times 100 < \text{EMT}$ alors l'appareil est juste avec EMT = 1 %

La valeur moyenne vaut : $\bar{n} = 1{,}3626$

L'erreur systématique vaut : $\Delta = \bar{n} - n_{ref} = -0{,}0034$

Et ε = 0,25 % < 1 % donc la justesse du réfractomètre est vérifiée.

- b - On estime que la fidélité de l'appareil de mesure est vérifiée, que dire de son exactitude ? **(0,5 point)**

L'appareil étant juste et fidèle, il est alors exact.

FIN DE L'ÉPREUVE