

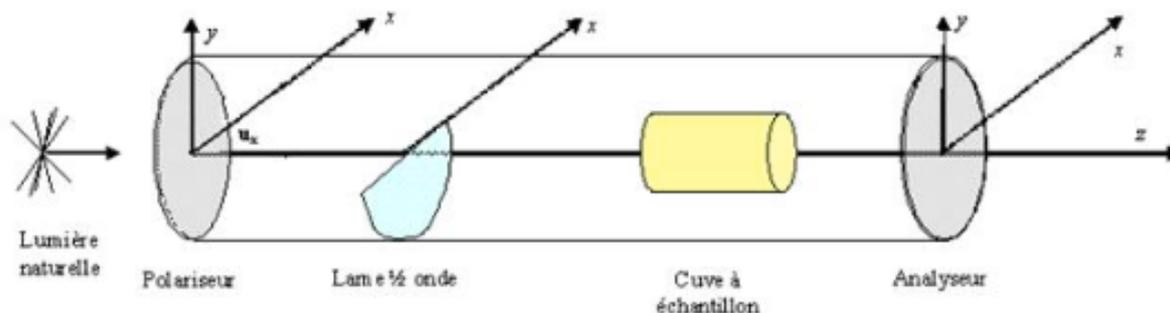
## Correction du DST 2 - Analyse (sur 20 points) (1h00)

*Documents non autorisés - Calculatrice autorisée  
Justifier les calculs  
Séparer calcul littéral et numérique*

### Exercice 1 : Détermination précise d'un pouvoir rotatoire spécifique (9 points)

On veut déterminer précisément le pouvoir rotatoire spécifique,  $[\alpha_0]$ , d'une substance inconnue. On a rempli un tube polarimétrique  $b = (2,00 \pm 0,02)$  dm de long avec une solution de concentration  $C = (50,0 \pm 1,0)$  g.L<sup>-1</sup> de cette substance. À l'aide d'un polarimètre de Laurent, on a pu mesurer un pouvoir rotatoire  $\alpha = 8,167^\circ$ .

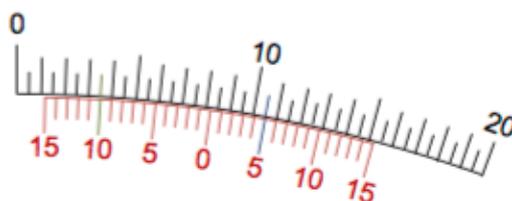
1) Faire un schéma légendé du polarimètre de Laurent. **(2,5 points)**



2) Cette substance est-elle dextrogyre ou lévogyre ? Justifier. **(1 point)**

Cette substance ayant un pouvoir rotatoire positive est dextrogyre.

La lecture de l'angle s'effectue à l'aide d'un vernier (cf schéma ci-dessous) qui est un dispositif permettant de mesurer des angles avec une grande précision. Deux ensembles de graduations sont gravés, l'un sur la partie fixe (en noir), l'autre, le vernier sur la partie mobile (en rouge). Le vernier du polarimètre de Laurent est un vernier au 1/30. La graduation fixe correspond à des demi-degrés et le vernier est constitué de 30 graduations. Chaque graduation du vernier mesure donc 2 minutes d'angle (On rappelle que 1 degré représente 60 minutes d'angle).



3) Montrer, comment à partir de la lecture sur le vernier, on obtient bien un pouvoir rotatoire  $\alpha = 8,167^\circ$ .

En considérant que la loi de distribution des valeurs est rectangulaire, déterminer son incertitude de lecture  $u_B(\alpha)$ .

On rappelle que dans ce cas :  $u_B(\alpha) = \frac{\frac{1}{2} \text{ graduation du vernier}}{\sqrt{3}} = \frac{1 \text{ graduation du vernier}}{\sqrt{12}}$

Exprimer convenablement le résultat de mesure sur  $\alpha$  avec une incertitude élargie en prenant comme facteur d'élargissement  $k = 2$ . **(2 points)**

Détermination des degrés :

Le 0 du vernier se situe entre  $8^\circ$  et  $8,5^\circ$  soit entre  $8^\circ$  et  $8^\circ 30'$  ;

Détermination des minutes :

On cherche l'endroit où une graduation du vernier coïncide avec une graduation de la partie fixe.

A droite du zéro, cela correspond à la cinquième graduation (en bleu sur le schéma), soit 10 minutes d'angle.

Le pouvoir rotatoire vaut donc  $\alpha = 8^\circ 10' = 8,167^\circ$ .

L'incertitude de lecture vaut donc :

$$u_B(\alpha) = \frac{\frac{1}{2} \text{ graduation du vernier}}{\sqrt{3}} = \frac{1'}{\sqrt{3}} = \frac{1/60^\circ}{\sqrt{3}} = \frac{0,017^\circ}{\sqrt{3}} = 0,0096^\circ$$

D'où le résultat de mesure :  $\alpha_{\text{mes}} = (8,167 \pm 0,019)^\circ$ .

4) Écrire la loi de Biot, puis Déterminer le pouvoir rotatoire spécifique  $[\alpha_0]$  de cette substance, avec son unité. **(1,5 points)**

La loi de Biot s'écrit :

$$\alpha = [\alpha_0].b.C$$

D'où l'expression du pouvoir rotatoire spécifique :

$$[\alpha_0] = \frac{\alpha}{b.C} = \frac{8,167^\circ}{2,00 \text{ dm} \times 50,0 \text{ g} \cdot \text{dm}^{-3}} = 0,08167^\circ \cdot \text{dm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$$

5) En déduire l'incertitude combinée sur le pouvoir rotatoire spécifique  $u_C([\alpha_0])$ . **(1 point)**

On rappelle que dans ce cas :

$$u_C([\alpha_0]) = [\alpha_0] \cdot \sqrt{\left(\frac{u_B(\alpha)}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{u_B(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u_B(C)}{C}\right)^2}$$

$$u_C([\alpha_0]) = 0,08167 \times \sqrt{\left(\frac{0,0096}{8,1670}\right)^2 + \left(\frac{0,02}{2,00}\right)^2 + \left(\frac{1,0}{50,0}\right)^2} = 0,0018287 \dots^\circ \cdot \text{dm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$$

6) Exprimer convenablement le résultat de mesure sur  $[\alpha_0]$  avec une incertitude élargie en prenant comme facteur d'élargissement  $k = 2$ . **(1 point)**

D'où le résultat de mesure :  $[\alpha_0] = (0,0817 \pm 0,0037) \text{ } ^\circ \cdot \text{dm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$

### Exercice 2 : Détermination de la concentration en saccharose par polarimétrie (11 points)

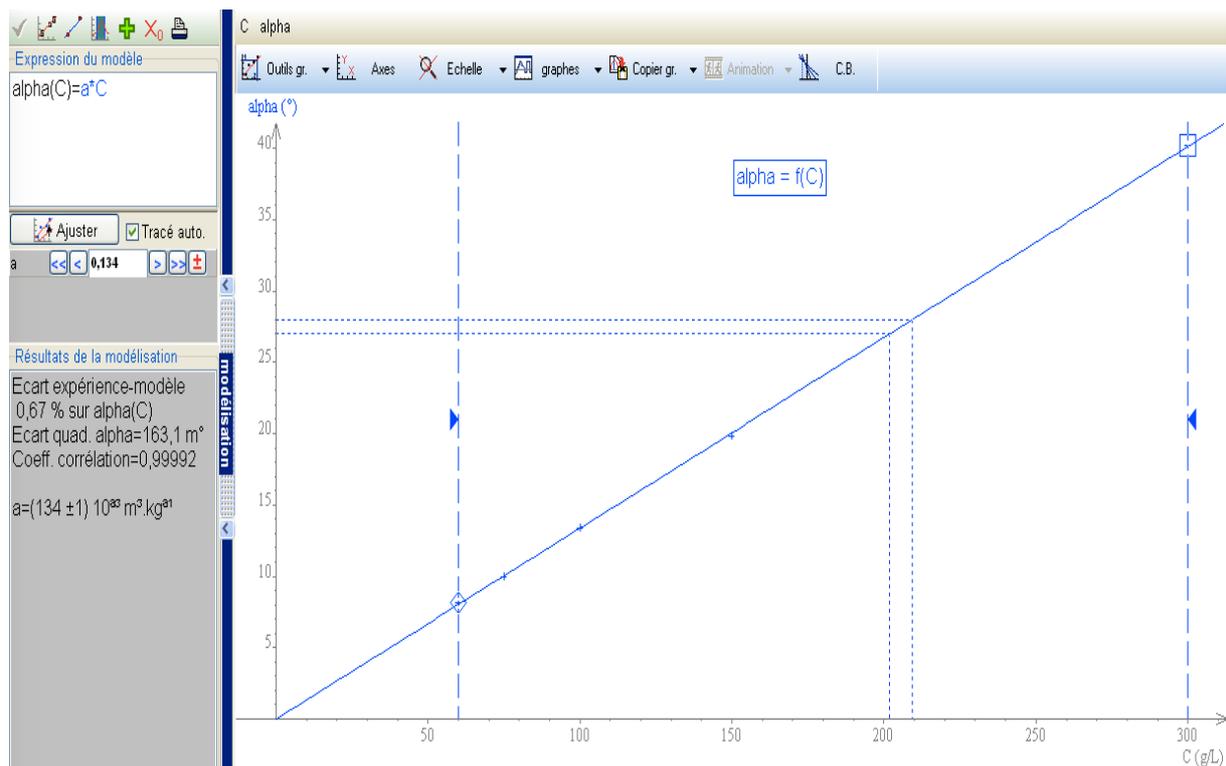
Un laboratoire d'analyse désire connaître la concentration en saccharose d'une solution de concentration inconnue.

Pour cela un technicien effectue une série de mesure à l'aide d'une gamme d'étalonnage qu'il passe dans un polarimètre.

Il introduit dans un tube polarimétrique de longueur  $b = 2,0 \text{ dm}$ , des solutions de saccharose qu'il a fabriqué avec précision et mesure alors les pouvoirs rotatoires de ces solutions :

C (g.L <sup>-1</sup> )	60,00	75,00	100,0	150,0	300,0
$\alpha$ (°)	8,20	10,0	13,4	19,8	40,2

1) Tracer la courbe  $\alpha = f(C)$ . Le graphe devra être correctement légendé. (4 points)



2) La modélisation linéaire du graphe précédent fournit une équation de modélisation du type :  $\alpha = a.C$  avec  $a = (134 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ \cdot \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ . En déduire une valeur du pouvoir rotatoire spécifique  $[\alpha_s]$  du saccharose en  $^\circ \cdot \text{dm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ . (1,5 points)

Par identification, on peut écrire que  $a = [\alpha_s] \cdot b \Rightarrow [\alpha_s] = a/b = 0,134/0,2 = 0,67 \text{ } ^\circ \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$

Soit  $[\alpha_s] = 0,67 \times 10^2 / 10^3 = 0,067 \text{ } ^\circ \cdot \text{dm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$

3) Le technicien réalise 2 mesures successives sur l'échantillon inconnue de saccharose. Il obtient les valeur de pouvoir rotatoire suivante : **(2 points)**  
 $\alpha_1 = 27^\circ$  et  $\alpha_2 = 28^\circ$ . En déduire, grâce au graphe, les valeurs des concentrations  $C_1$  et  $C_2$  pour la solution inconnue de saccharose. Vérifier le résultat à l'aide de la modélisation linéaire.

Par report sur le graphe, on lit  $C_1 = 201,5 \text{ g.L}^{-1}$  et  $C_2 = 209 \text{ g.L}^{-1}$ .

En utilisant la modélisation, on obtient des concentrations similaires :

$C_1 = 27/0,134 = 201,5 \text{ g.L}^{-1}$  et  $C_2 = 28/0,134 = 209,0 \text{ g.L}^{-1}$ .

4) Vérifier la compatibilité métrologique en répétabilité (cf annexe p. 3/3) des deux valeurs précédentes. On donne pour cela l'écart-type de répétabilité  $s_r = 2,05 \text{ g.L}^{-1}$ . Conclure en donnant la concentration en saccharose. **(3,5 points)**

On calcul  $2,8.s_r = 5,7 \text{ g.L}^{-1}$ .

$C_2 - C_1 = 7,5 \text{ g.L}^{-1}$ .

On en déduit l'inégalité n'est pas respectée, donc les deux valeurs ne sont pas répétables.

Il faudrait réaliser un troisième essai, mais en l'absence de cette valeur, la moyenne ne sera pas effectué et on choisira un des deux résultats.

Par exemple,  $C_{\text{saccharose}} = 209,0 \text{ g.L}^{-1}$ .

FIN DE L'ÉPREUVE