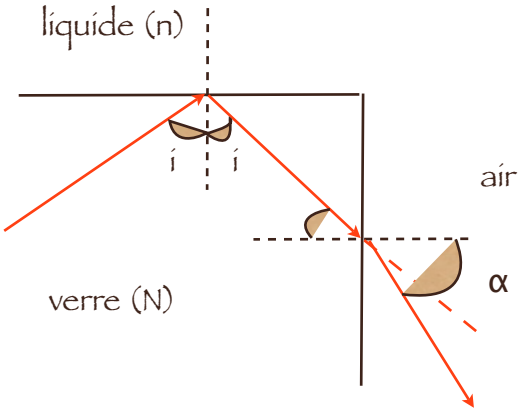
DST 2 - Analyse
(sur 20 points)

(1h00)

Documents non autorisés - Calculatrice autorisée
Justifier les calculs
Séparer calcul littéral et numérique

Exercice 1 : Étude du réfractomètre de Pulrich (7 points)

Un réfractomètre de Pulrich (physicien allemand, 1858-1927) est constitué d'un bloc de verre de section rectangulaire d'indice N *connu, sur lequel on a déposé une goutte d'un liquide d'indice* n *inconnu. On observe un faisceau de rayons parallèles à la limite réfraction - réflexion totale dont on mesure l'angle* α *correspondant.*



1) Il y a phénomène de réflexion totale à l'interface verre-liquide. En utilisant la 2ème loi de Snell-Descartes à cette interface, donner la relation entre n, N et l'angle i.

2) En utilisant la 2ème loi de Snell-Descartes à l'interface verre-air, donner la relation entre N et les angles i et α.

3) Déterminer finalement, en utilisant les deux résultats des deux questions précédentes, l'expression de n en fonction de N et de l'angle α.
Rappels mathématiques : $\sin(90° - i) = \cos i$ et $\sin^2 i + \cos^2 i = 1$.

4) Calculer la valeur de n sachant que N = 1,626 et α = 60,00°.

5) On effectue 5 mesures de l'indice n de l'échantillon :

mesure n°	n
1	1,376
2	1,373
3	1,380
4	1,374
5	1,374

la valeur de référence est $n_{ref} = 1,375$.

- a - Calculer la valeur moyenne $\bar{n}$, puis calculer l'erreur systématique $\Delta = \bar{n} - n_{ref}$. En déduire la valeur de ε, puis conclure sur la justesse de l'appareil.

On rappelle que si : $\varepsilon = \left|\frac{\Delta}{n_{ref}}\right| \times 100 < EMT$ alors l'appareil est juste avec EMT = 0,1 %

- b - On estime que la fidélité de l'appareil de mesure est vérifiée, que dire de son exactitude ?

<u>Exercice 2 :</u> Contrôle qualité du pourcentage massique d'une solution aqueuse de glucose par polarimétrie (13 points)

Dans le commerce, on peut trouver des solutions aqueuses de glucose pour perfusion en cas de déshydratation ou d'hypoglycémie.
Le glucose de formule brute $C_6H_{12}O_6$ est une sucre monosaccharide (encore appelé ose).
Le stéréoisomère naturel du glucose est le D-glucose. Comme tous les oses, il possède des atomes de carbone asymétriques qui lui donnent un caractère chiral. Le plan de polarisation d'une lumière incidente polarisée rectilignement peut donc tourner à la traversée d'une solution aqueuse de glucose.
Le pouvoir rotatoire spécifique du D-glucose pour la raie D du sodium et pour une température de 20 °C est $[\alpha]_D^{20} = + 0,527$ °.m^2.kg^{-1}.

Dans le cadre d'un contrôle qualité, un technicien de laboratoire doit vérifier, par polérimétrie, la valeur du pourcentage massique d'une solution aqueuse de glucose S_0 dont l'emballage indique :

(5,00 ± 0,60) %

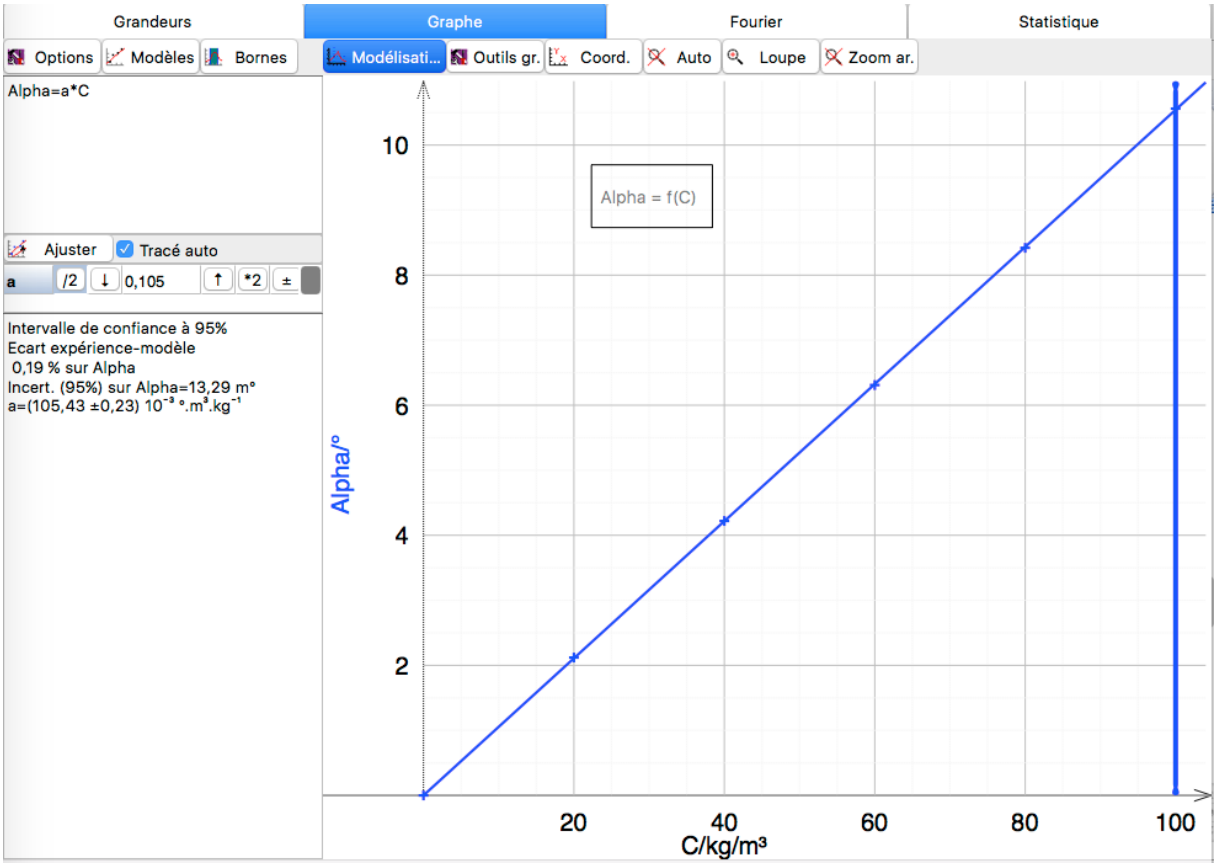
1) Donner l'expression littérale de la loi de Biot pour une solution contenant une substance optiquement active dans un solvant inatif. Préciser la signification de chacun des termes et leur unité dans le système international.

2) Une solution aqueuse de D-glucose est-elle dextrogyre ou lévogyre ? Qu'est-ce qui vous permet de l'affirmer ?

3) Pour vérifier la valeur du pouvoir rotatoire spécifique du D-glucose, ce technicien place dans un tube polarimétrique de longueur b = (20,0 ± 0,5) cm, des solutions aqueuses de D-glucose de concentrations connues. Il mesure leur pouvoir rotatoire α avec un polarimètre de Laurent, à 20°C pour la raie D du sodium.
Ses résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

C ($kg.m^{-3}$)	0,00	20,0	40,0	60,0	80,0	100,0
α (°)	0,00	2,12	4,22	6,31	8,42	10,56

Il trace la droite d'étalonnage à l'aide d'un tableau-grapheur tel que Regressi :



Résultat de modélisation : intervalle de confiance à 95 %
Écart expérience-modèle : 0,19 % sur alpha
$a = (105,43 \pm 0,23).10^{-3}$ °.m^3.kg^{-1}

- a - Écrire l'équation de modélisation fournie par Regressi et indiquer si la loi de Biot est vérifiée pour cette série de mesure. Justifier.

- b - En déduire la valeur expérimentale du pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha]_D^{20}$ et la comparer à la valeur donnée en introduction après avoir calculé la valeur de l'écart relatif notée ER. Conclure.

4) Afin de déterminer la concentration de la solution S_0 à contrôler, le technicien mesure dans les mêmes conditions expérimentales que précédemment, son pouvoir rotatoire.
Il obtient $\alpha = (5{,}10 \pm 0{,}05)°$.

- a - À partir de la valeur obtenue, déterminer la concentration massique $C(S_0)$ de cette solution glucosée S_0.

- b - En déduire l'incertitude composée sur la concentration $C(S_0)$ que l'on notera $u_C(C)$.
On rappelle que dans ce cas :

$$u_C(C) = C(S_0).\sqrt{\left(\frac{u_B(\alpha)}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{u_B(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u_B([\alpha]_D^{20})}{[\alpha]_D^{20}}\right)^2}$$

- c - Le technicien réitère dix fois la mesure précédente et obtient une incertitude de type A sur C, $u_A(C) = 0{,}03$ kg.m^{-3}. En déduire l'incertitude combinée sur C, que l'on notera $u_C'(C)$.
On rappelle que dans ce cas :

$$u_C'(C) = C(S_0).\sqrt{\left(\frac{u_B(\alpha)}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{u_B(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u_B([\alpha]_D^{20})}{[\alpha]_D^{20}}\right)^2 + (u_A(C))^2}$$

- d - Exprimer convenablement le résultat de mesure sur la concentration avec une incertitude élargie en prenant comme facteur d'élargissement k = 2.

5) Sachant qu'un litre de solution glucosée à 10,0 % contient 100 g de glucose, quelle est la valeur du pourcentage massique en glucose, noté p, de cette solution ?

6) Pourquoi ce technicien peut-il valider son contrôle qualité ?

FIN DE L'ÉPREUVE