

## Correction du DST 1 - Analyse (sur 20 points) (1h00)

*Documents non autorisés - Calculatrice autorisée  
Justifier les calculs  
Séparer calcul littéral et numérique*

### Exercice 1 : Capabilité de Processus d'usinage (10 points)

Une machine à rectifier en cycle automatique doit être surveillée. Le processus est stable (pas de cause assignable). A la demande du service de qualité, une étude de capabilité est réalisée à fréquence optimisée. Pour cela, 50 pièces ont été usinées sur la machine avec le même réglage, les mêmes conditions, le même lot de matière et le même opérateur. La spécification à réaliser est une cote de :

$$L = (45,000 \pm 0,043) \text{ mm}$$

1) Donner la valeur nominale ainsi que l'intervalle de tolérance que l'on notera IT sur la spécification. **(1 point)**

$$L_{\text{nominale}} = 45,000 \text{ mm et IT} = 0,086 \text{ mm}$$

2) Donner les valeurs des tolérances supérieure Ts et inférieure Ti. **(1 point)**

$$T_s = 45,043 \text{ mm et } T_i = 44,957 \text{ mm}$$

La moyenne des dimensions des 50 pièces exécutées est  $m = 45,032 \text{ mm}$ . L'écart-type de la distribution des dimensions est  $\sigma = 0,005 \text{ mm}$ .

3) Rappeler la définition de la capabilité du procédé  $C_p$  et calculer sa valeur. **(1,5 points)**

$$C_p = \frac{IT}{6s}$$

$$C_p = \frac{0,086}{6 \times 0,005} = 2,86$$

4) Rappeler les définitions des capabilités  $C_{pk}$ ,  $C_{pkmin}$  et  $C_{pkmax}$ . Calculer leurs valeurs. **(1,5 points)**

$$C_{pkmin} = \frac{m - T_i}{3s} \quad \text{et} \quad C_{pkmax} = \frac{T_s - m}{3s}$$

$$C_{pkmin} = \frac{45,032 - 44,957}{3 \times 0,005} = 5 \quad \text{et} \quad C_{pkmax} = \frac{45,043 - 45,032}{3 \times 0,005} = 0,73$$

5) Préciser quels renseignements apportent ces deux indicateurs. Aux vues des valeurs trouvées, que pouvez-vous en déduire ? **(3 points)**

L'indicateur de capabilité  $C_p$  nous indique si le processus de mesure est capable de réaliser les mesures, c'est-à-dire si la dispersion des valeurs n'est pas trop grande.

Ici la capabilité est très bonne puisque supérieure à 2.

L'indicateur de capabilité  $C_{pk}$  nous indique comment est le décentrage des valeurs par rapport à la moyenne.

Le procédé n'est pas bien centré car même si le  $C_{pkmin}$  présente une très bonne valeur,  $C_{pkmax}$  présente une mauvaise valeur, il y a donc un décentrage vers les valeurs maximale de l'IT.

6) La distribution des côtes des 50 pièces a été représentée graphiquement sur la figure 1.

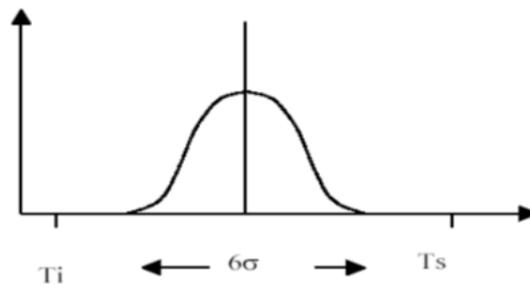


fig. 1 : distribution des Côtes des 50 pièces

- a - Cette figure est-elle en accord avec la réponse à la question 5) ? **(1 point)**

Non, puisque le courbe de Gauss est décentrée, avec une dispersion ne dépassant pas l'intervalle de tolérance.

- b - Un mois plus tard, l'opération est reconduite. La figure 2 est donnée ci-dessous. Sans faire de calcul indiquer les valeurs possiblement prises par  $C_p$  et  $C_{pk}$ . Conclure.

**(1 point)**

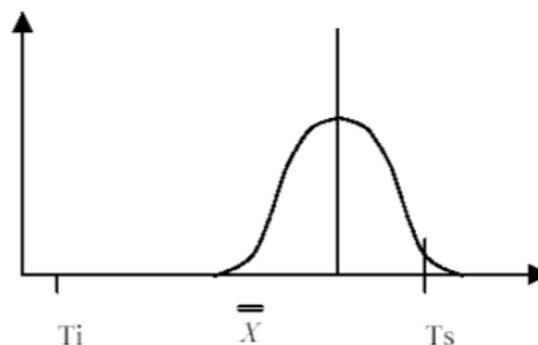


fig. 2 : distribution des Côtes des 50 pièces au bout d'un mois

$C_p$  est certainement au-dessus de 1,33 puisque la dispersion reste contrôlée, par contre le décentrage est flagrant, ce qui indique un  $C_{pk} < 1,33$ . La machine n'est toujours pas réglée correctement.

**Exercice 2 : Étude d'un mélange de sucres par polarimétrie (10 points)**

On remplit un tube polarimétrique de longueur  $b = 22 \text{ cm}$  d'une solution composée de fructose et de glucose dissous dans 1 L d'eau distillée.

La masse totale de cette solution est de 1170 g.

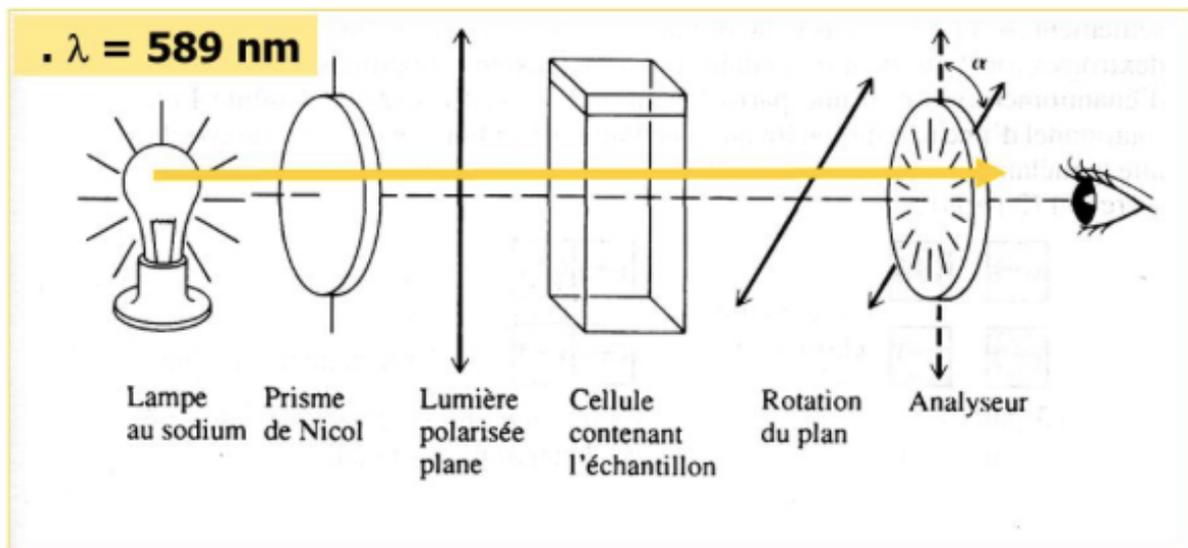
Données : pouvoirs rotatoires spécifiques du glucose et du fructose :

$$[\alpha_G]_D^{20} = + 52 \text{ } ^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{L} \text{ et } [\alpha_F]_D^{20} = - 90 \text{ } ^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{L}$$

Masse volumique de l'eau :  $\rho_{\text{eau}} = 1,0 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$

La mesure du pouvoir rotatoire de la solution est  $\alpha = - 11,8 \text{ } ^\circ$

1) Faire un schéma annoté du polarimètre utilisé. **(2 points)**



2) Déterminer la concentration massique globale  $C_m$  en soluté. **(1 point)**

Puisque 1 L d'eau a une masse de 1000 mg, on en déduit que la masse des solutés dans cette solution est de 170 g, d'où la concentration massique globale en soluté :

$$C_m = 170 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

3) Quelle action à une substance douée de pouvoir rotatoire sur la lumière ? **(0,5 point)**

Celle-ci a pour effet de faire tourner le plan de vibration de la lumière.

4) Il existe une relation entre la concentration  $C$  de cette substance et le pouvoir rotatoire  $\alpha$  ? Rappeler le nom de la loi correspondante, écrivez-la en explicitant tous les termes. **(2 points)**

C'est la loi de Biot :

$$\alpha = [\alpha]_D^{20} \cdot b \cdot C$$

Où  $\alpha$  représente le pouvoir rotatoire de la solution ;  
 $[\alpha]_D^{20}$  le pouvoir rotatoire spécifique d'une substance douée de pouvoir rotatoire ;  
 b l'épaisseur de la solution traversée par la lumière ;  
 C la concentration de la solution.

5) Indiquer la signification de l'indice D et de l'exposant 20 précisés dans les données des pouvoirs rotatoires spécifiques. **(1 point)**

D indique que ces valeurs ont été obtenues à l'aide de la raie jaune d'une lampe à vapeur de sodium.

20 correspond à la température en °C.

6) Le fructose est-il lévogyre ou dextrogyre ? Dans quel sens fait-il tourner le plan de vibration de la lumière ? **(1 point)**

Le pouvoir rotatoire spécifique du fructose étant négatif, cela nous indique qu'il est lévogyre, et donc qu'il fait tourner le plan de vibration de la lumière vers la gauche pour l'observateur.

7) On s'intéresse maintenant à la solution constituée par les deux sucres.

- a - Donner la loi de Biot pour une solution contenant deux solutés. On notera respectivement  $C_G$  et  $C_F$  les concentrations du glucose et du fructose dans le mélange. **(0,5 point)**

$$\alpha = [\alpha_G]_D^{20} \cdot b \cdot C_G + [\alpha_F]_D^{20} \cdot b \cdot C_F$$

- b - Déterminer les concentrations  $C_G$  et  $C_F$ .  
 On notera que  $C_m = C_G + C_F$ . **(2 points)**

En remplaçant  $C_G = C_m - C_F$  dans la loi de Biot précédente, on obtient :

$$\alpha = [\alpha_G]_D^{20} \cdot b \cdot C_m + ([\alpha_F]_D^{20} - [\alpha_G]_D^{20}) \cdot b \cdot C_F$$

donc,

$$C_F = \frac{\alpha - [\alpha_G]_D^{20} \cdot b \cdot C_m}{([\alpha_F]_D^{20} - [\alpha_G]_D^{20}) \cdot b} = \frac{-11,8^\circ - 52^\circ \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{L} \times 2,2 \text{ dm} \times 0,170 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}}{(-90 - 52) \times 2,2^\circ \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{L}}$$

$$C_F = 0,10 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$$

et,

$$C_G = C_m - C_F = 0,17 - 0,10 = 0,07 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$$

FIN DE L'ÉPREUVE